

Schriftliche Reifeprüfung aus MATHEMATIK
Haupttermin 1997/98 8B (gym.)

Gruppe I

- 1) Die Funktion $f(x) = ax e^{bx}$ ($a \neq 0, b \neq 0$) hat bei $W(2/\frac{12}{e^2})$ einen Wendepunkt.
- a) Beweisen Sie, dass $f(x) = 6xe^{-x}$ eine Termdarstellung dieser Funktion ist!
- b) Untersuchen Sie die Funktion bezüglich **Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte** und **Wendetangenten**!
- c) **Zeichnen** Sie den **Funktionsgraphen im Intervall $[-1;6]$** ! (1 E = 1 cm)
[D=R; N(0|0); H(1|2,21); W(2|1,62); t: $y=-0,81(x-4)$]
- d) Berechnen Sie den **Inhalt jenes Flächenstücks**, das vom Graphen von $f(x)$, der **x-Achse** und den beiden **zur y-Achse parallelen Geraden durch den Hoch- bzw. Wendepunkt** begrenzt wird. [A=1,98 FE]
- e) Dieses **Flächenstück rotiert um die x-Achse**. Berechnen Sie das **Volumen** des dabei entstehenden Rotationskörpers. [V=12,4 VE]
- 2) A) Ein 35-jähriger Mann legt zum Aufbau einer späteren Zusatzpension langfristig **zu Beginn jeden Jahres 12 000.-** auf ein Sparbuch mit einer Verzinsung von **6% p.a.**
- a) Auf welchen Betrag ist das verzinste Kapital **am Ende des 30. Jahres** angewachsen? (Zeitgerade, allgemeine Herleitung!) [1 005 620,13.-]
- b) Wie groß müßte die jährliche Einzahlung sein, damit **das Guthaben am Ende des 30. Jahres 2 Millionen** Schilling beträgt? [23 865,87.-]
- c) Lösen Sie a) unter Berücksichtigung der **25%igen KEST**. [765 028,65.-]
- d) Am Ende des **wievielten Jahres** wird erstmals ein **Guthaben von mindestens 600 000.-** erreicht? [24]
- B) Gegeben sei die Zahlenfolge $a_n = \frac{3n^2 + 5n + 1}{4n^2 - 3n + 3}$.
- Bestimmen Sie den **Grenzwert a** und jenen **Index m**, von dem ab alle Glieder der Folge in der Umgebung **U(a; 0.05)** liegen! Formulieren Sie eine entsprechende **Antwort!** [a=0,75; m=37]
- 3) Die Produktion von Festplatten (harddisk; HD) für Personalcomputer (PC) des Unternehmens NOBIS enthält erfahrungsgemäß **8% „SHORTYS“**, d.h. Festplatten mit einer deutlich kürzeren Lebensdauer.
- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter **zehn** zufällig ausgewählten Festplatten
- i) **mindestens drei „SHORTYS“** [4%]
ii) **höchstens zwei „SHORTYS“** befinden? [96%]
- b) Wie viele Festplatten muss man testen, damit man **mit 99%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einen „SHORTY“** findet? (Ansatz mittels Ungleichung!!!) [56]
- c) Ein Klagenfurter Elektrogroßmarkt bezieht **50%** seiner Festplatten vom Hersteller **NOBIS (8% „SHORTYS“)**, **30%** vom Hersteller **GATESEA (10% „SHORTYS“)** und **20%** vom Hersteller **CONNER (6% „SHORTYS“)**. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Käufer einer zufällig herausgegriffenen Festplatte einen „SHORTY“ erwischt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein „SHORTY“ vom Hersteller GATESEA? Zeichne ein **Baumdiagramm!** [8,2%; 36,6%]
- d) Nach Änderungen in der Fertigungstechnik will ein Hersteller den neuen Anteil der „SHORTYS“ feststellen. Bestimme den Mindestumfang einer Stichprobe, die es gestattet, diesen Anteil mit **90%iger** Sicherheit auf ± 0.02 genau zu schätzen! [1692]
- e) Die Firma HDCHECK, ein neues Unternehmen, hat beim Aufdecken von „SHORTYS“ eine Erfolgswahrscheinlichkeit von **94%**. Unter den Festplatten, die der Klagenfurter Großmarkt jährlich bezieht, befinden sich ca. **1200 „SHORTYS“**.
- i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Firma HDCHECK **zwischen 1120 und 1140 „SHORTYS“** entdeckt? [76,2%]

ii) Berechne, wie man die Toleranzgrenzen festsetzen muss, dass die Firma HDCHECK von sich behaupten kann: „Uns sind **nur 2% aller „SHORTYS“** entgangen!“ **Interpretiere** das rechnerische Ergebnis!

[1108; 1147]

4)A) Der **Flächeninhalt** einer **Ellipse in 1.Hauptlage** ist allgemein gegeben durch die Formel $A = ab\pi$. Rotiert diese Ellipse um die Hauptachse, so lässt sich das **Volumen** des Rotationsellipsoids durch $V = \frac{4ab^2\pi}{3}$ berechnen. **Beweisen** Sie beide Formeln **mittels der Integralrechnung**!

B) Berechnen Sie den folgenden **Grenzwert** und formulieren Sie die **Regel von de l'HOSPITAL**:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(2x) - 2 \cos(x)}{2e^x - 2x - 2} = ? \quad [-3]$$
