

**Schriftliche Reifeprüfung aus MATHEMATIK**  
**Haupttermin 2003/04 8B**

---

1) Für eine Schar von Funktionen gilt:  $x \rightarrow a + (\ln(x) - b)^2$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

a) Beweisen Sie, dass  $f(x) = (\ln(x) - 1)^2$  eine Termdarstellung jener Funktion ist, die in  $P(e/0)$  eine **waagrechte Tangente** hat! (3 Punkte)

b) Bestimmen Sie die größtmögliche **Definitionsmenge** und untersuchen Sie diese Funktion auf **Nullstellen, Extremstellen, Art der Extrema** und **Wendepunkte**. (7 Punkte)

c) Wie lautet die **Gleichung der Wendetangente**  $t_w$ ? (2 Punkte)

d) Zeichnen Sie den **Funktionsgraph in (0/8)**! (1E=1cm) (3 Punkte)

e) Welchen **Winkel** schließt die Wendetangente mit der positiven x-Achse ein? (1 Punkt)

f) Berechnen Sie die vom Funktionsgraph, der x-Achse und der Geraden  $x=1$  eingeschlossene **Fläche**! (4 Punkte)

[ $D = \mathbb{R}^+$ ;  $N(e | 0)$ ;  $T(e | 0)$ ;  $W(e^2 | 1)$ ;  $t_w : y = 0,27x^2 - 1$ ;  $15,11^\circ$ ;  $A = 0,44 E^2$ ]

2) A) Ein Schiff  $S_1$ , das sich um **17:40 Uhr 20 km** südlich vom Hafen Malinska (Insel Krk) befindet, entfernt sich in Richtung Süden mit einer Geschwindigkeit von **30 km/h**. Zur gleichen Zeit nähert sich ein zweites - **60 km** von Malinska entferntes - Schiff  $S_2$  aus dem Südosten mit **40 km/h** dem Hafen, wobei die Kurse der beiden Schiffe einen Winkel von **60°** einschließen. **Wann** ist die **Entfernung** der beiden **Schiffe am kleinsten**? Wie groß ist diese **Entfernung**? Fertigen Sie eine **Skizze** an! Formulieren Sie eine entsprechende **Antwort**!

(8 Punkte)

[**37 km; 18:17 Uhr**]

2) B) Frau Andrea P. hat zu Jahresbeginn ein Sparguthaben eröffnet, dessen Einlagen mit **2% p.a.** verzinst werden. Wie groß ist ihr Sparguthaben am Ende des **10. Jahres**, wenn sie

a) **zu Beginn jedes Jahres 1200 €**, (3 Punkte) [**13402,46 €**]

b) **am Ende jedes Monats 100 €** einlegt? (3 Punkte) [**13259,68 €**]

c) Löse Aufgabe a) unter der Berücksichtigung von **25% KEST**! (2 Punkte)

[**13035,91 €**]

Leiten Sie auf Grund der **Zeitgerade** den **Ansatz** in a) und b) jeweils **allgemein** her! Die **Ergebnisse** sind jeweils **auf 2 Dezimalstellen** zu runden!

2) C) Herr Hubert H. muss einen Kredit von **20000 €** aufnehmen. Die Schuld soll bei **4% p.a.** durch eine **in 4 Jahren beginnende vorschüssige Jahresrente** durch **20 Jahre** getilgt werden. Berechnen Sie die **Höhe der jährlichen Rate** auf **2 Dez.**! Leiten Sie auf Grund der **Zeitgerade** den **Ansatz allgemein** her! (4 Punkte) [**1655,39 €**]

3) A) Dorian und Georg, zwei Schüler der 8B, diskutieren am Ende der Maturareise über die Langzeitwirkung kurzfristig angelernten Wissens. Dorian behauptet, dass er bereits einen großen Teil seines für die Matura gelernten Stoffes wieder vergessen hat. Wir nehmen also an, dass sich bei Dorian ein derart kurzfristig angelerntes mathematisches Wissen mit einer **Halbwertszeit** von **21 Tagen exponentiell** „verflüchtigt“.

a) **Beweisen** Sie, dass für die Zerfallskonstante  $\lambda$  und die Halbwertszeit  $\tau$  der Zusammenhang  **$\ln 2 = \lambda \cdot \tau$**  gilt! (2 Punkte)

b) Ermitteln Sie die **Zerfallskonstante** und das **Zerfallsgesetz**! (2 Punkte)

[ $\lambda = 0,033007$ ;  $N(t) = N_0 e^{-0,033007 \cdot t}$ ]

c) Auf wie viele Beispiele kann Dorian **vier Wochen** nach der Matura noch zurückgreifen, wenn man davon ausgeht, dass er ca. **200 Beispiele** beherrschte?

(1 Punkt) [**79 Beispiele**]

d) Nach welcher Zeit ist noch **30%** seines Wissens **verfügbar**? (2 Punkte) [**36 Tage**]

- e) **Wie viel %** seines mathematischen Wissens hat sich **nach 60 Tagen** „verflüchtigt“?  
*Runde auf ganze Prozent! (2 Punkte) [86 %]*

3)B)**Kombinatorik:**

- a) Erläutern Sie die verschiedenen **Abzähltechniken** und nennen Sie die **Unterschiede** zwischen ihnen! **(3 Punkte)**
- b) Sechs Schüler und ein Lehrer sitzen an einem Tisch und feiern die erfolgreiche Ablegung der Reifeprüfung. Sie stoßen untereinander mit einem Glas Sekt an. Wie oft haben die Gläser geklungen? **(2 Punkte) [21]**
- c) Auf wie viele Arten kann man die Buchstaben des Wortes **LUCULLUS** anordnen? **(2 Punkte) [1120]**
- d) Bei einem PC muss ein **achtstelliges Kennwort**(bestehend aus den 26 Buchstaben des Alphabets, Groß- und Kleinbuchstaben werden beachtet) eingegeben werden. Berechnen Sie die Anzahl der Einstellungsmöglichkeiten?  
**(2 Punkte) [52<sup>8</sup>]**
- e) Auf wie viele Arten kann ein Fußballtrainer die **11 Spieler** seiner Mannschaft die Positionen tauschen lassen? **(2 Punkte) [39 916 800]**

**Begründen Sie in den Aufgaben b) - e) jeweils die gewählte Abzähltechnik!**

4)A)Die **8B-Klasse** des BG/BRG Lerchenfeldstraße hat im Schuljahr 2003/4 **23 Schüler**. Die überraschend hohe tägliche Krankheits(=Fehl)quote beträgt **20%**.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
- i)**genau zwei** ,**[9,3 %]**
- ii)**mindestens zwei** Schüler fehlen? **(4 Punkte) [96 %]**  
*Runden Sie die prozentuellen Ergebnisse auf eine Dezimalstelle!*
- b) Wie viele Schüler müsste diese Klasse haben, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von **99%** mindestens ein Schüler abwesend ist? (Ansatz mittels **Ungleichung!!!**)  
**(2 Punkte) [21]**
- c) Herr *Magic L.*, Organisator von *all-inclusive*-Maturareisen, möchte einen Vortrag für die **8A(14 Schüler; 12% Fehlquote)**, **8B(23 Schüler; 20% Fehlquote)** und die **8C(13 Schüler; 15% Fehlquote)** halten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass **ein Schüler beim Vortrag fehlt**? Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein fehlender Schüler aus der **8C**? Zeichnen Sie ein **Baumdiagramm!** *Runden Sie die prozentuellen Ergebnisse auf eine Dezimalstelle!* **(3 Punkte) [16,5 %; 23,7 %]**

4)B)Es sei die **Anzahl der Fehlstunden pro Schüler** in der 8B-Klasse im Schuljahr 2003/4 **normalverteilt** mit  $\mu = 150$  und  $\sigma = 15$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Fehlstunden

- d) **160 Stunden übersteigt**, **(2 Punkte) [25,1 %]**
- e) **höchstens bei 130 Stunden liegt!** **(2 Punkte) [9,2 %]**
- Überlegen Sie jeweils den **Ansatz** anhand einer **Skizze!** *Runden Sie die prozentuellen Ergebnisse auf eine Dezimalstelle!*
- f) Wie muss der Klassenvorstand die **Toleranzgrenzen** festlegen, dass **höchstens 5% außerhalb** dieser Norm liegen?

Überlegen Sie den **Ansatz** anhand einer **Skizze!** *Verwenden Sie mathematische Rundungsregeln bei der Angabe des Intervalles!* **(3 Punkte) [121; 179]**

4)C)**Mindestens 80 %** aller Schüler der 8.Klassen haben eine Fehlstundenzahl **zwischen 80 und 110**. Wie groß ist die **Standardabweichung**, wenn wir annehmen, dass die Fehlstundenanzahl normalverteilt ist und das gegebene Intervall symmetrisch um  $\mu$  liegt? Überlegen Sie den **Ansatz** anhand einer **Skizze!** Runden Sie **ganzzahlig** und machen Sie die **Probe!** **(4 Punkte) [11]**

---