

Schriftliche Reifeprüfung aus MATHEMATIK
Haupttermin 2001/02 8S(RG Sport)

1) Für eine Schar von Funktionen gilt: $x \rightarrow (x - a) \cdot e^{bx}$ ($b \neq 0$; $a, b \in \mathbb{R}$).

a) Beweisen Sie, dass $f(x) = (x - 1) \cdot e^{-2x}$ eine Termdarstellung jener Funktion ist, die an der **Stelle 2** einen **Wendepunkt** hat und die die **x-Achse** an der **Stelle 1 überquert!** (4 Punkte)

b) **Diskutieren** Sie die Funktion (D_f , N , E , W , t_w , Asymptoten)! (9 Punkte)

c) Zeichnen Sie den **Funktionsgraph in [0|3]**! (1E=2cm) (2 Punkte)

d) **Berechnen** Sie die vom **Funktionsgraphen** und den beiden **Koordinatenachsen** eingeschlossene **Fläche** auf 2 Dez. genau! (5 Punkte)

(Lös.: $D=\mathbb{R}$; $N(1|0)$; $H(1,5|0,025)$; $W(2|0,018)$; $t_w: y = -0,018x + 0,054$; a : x-Achse; $A=0,28 E^2$)

2)a) Der Sportplatz des neugegründeten Fußballvereines **8SJuniors2002** soll eine neue Flutlichtanlage bekommen. Der Stromhauptverteilerkasten **VK** liegt **100 m** abseits einer **geradlinigen Straße**, die vom städtischen **E-Werk A** wegführt. Der Anschluss an den Verteilerkasten soll vom E-Werk aus erfolgen. Der Laufmeter(lm) Verlegung kostet längs der Straße **50 €** im Gelände hingegen **70 €**. An welcher **Stelle C der Straße** muss die Abzweigung erfolgen, damit die **Kosten minimal** werden? Der dem Verteilerkasten nächste Punkt **B** der Straße liegt **1500 m** von **A** entfernt! Fertige Sie eine **Skizze** an! Wie lang ist die gesamte **Weglänge s**? Wie hoch sind die **Gesamtkosten (Runde auf € !)**? (12 Punkte)

(Lös.: $s = 1540,83$ m; $K = 79899$ €)

2)b) Pünktlich zum Pfingstturnier 2002 kann die Flutlichtanlage eingeweiht werden. Der Siegespreis im Eröffnungsspiel am Freitagabend ist ein versilberter Pokal, der traditionellerweise mit Sekt gefüllt wird. Der **Hohlraum dieses Pokals** entsteht durch Rotation der Funktion $f(x) = \sqrt{k \cdot (x+1)}$ um die **erste Achse** zwischen $x=0$ und $x=3$. Wählen Sie k so, dass der obere Rand des Pokals den Radius $r=6$ cm hat. Fertigen Sie eine Skizze an! Wie groß ist das **Volumen des Pokals**? In dieses Gefäß werden **0,1 Liter** Sekt gegossen. Wie **hoch** steht der Sekt im Pokal? (2 Dez.) Der Mannschaftskapitän trinkt **20 ml** Sekt. Um wie viele **mm** sinkt der Flüssigkeitsspiegel? (8 Punkte)

(Lös.: $k = 9$; $V = 212,06$ cm³(ml); $h = 1,84$ cm; $2,6$ mm)

3)a) Im Osten von Klagenfurt wird ein Tenniscenter zum Verkauf angeboten. Niklas und Isabella haben nach der Matura den Tennislehrwart gemacht und planen gemeinsam dieses Tenniscenter zu betreiben. Sie bieten **300 000 € bar**. Gleichzeitig erhält der Verkäufer noch zwei weitere Offerte: Bieter **B** will **400 000 € in 6 Jahren**, Angebotsleger **C** will **100 000 € bar** und **in 10 Jahren** weitere **325 000 €** zahlen. Berechnen Sie auf 2 Dez., welches Angebot für den Verkäufer am lukrativsten ist, wenn mit einer Verzinsung von **5% p.a.** gerechnet wird! Geben Sie zu Beginn des Kostenvergleiches den gewählten **Bezugszeitpunkt** an und formulieren Sie eine **Antwort!** (4 Punkte)

(Lös.: $B: 298486,16$ €, $C: 299521,81$ €, A am lukrativsten)

3)b) Niklas und Isabella müssen einen Kredit über **300 000 €** aufnehmen. Die Schuld soll bei einem Zinssatz von **6% p.a.** durch eine **in 5 Jahren** beginnende **vorschüssige Jahresrente durch 25 Jahre** getilgt werden. Berechnen Sie die Höhe der **jährlichen Rate** auf 2 Dez.! Leiten Sie auf Grund der **Zeitgerade** den **Ansatz allgemein** her! (8 Punkte)

(Lös.: $R = 29627,83$ €)

3)c) Niklas möchte einen Kleintransporter kaufen, um die Jugendlichen, die im Tenniscenter trainieren, zu den Meisterschaftsspielen führen zu können. Beim Kauf des Neuwagens zum Preis von **52 000 €** wird der Altwagen mit **17 000 €** in Zahlung genommen. Für die

Finanzierung der Restschuld bietet sich u.a. die Möglichkeit, einen Kredit zu **6,25% p.a.** zu bekommen. **1%** der Vertragssumme muss jedoch bei Zustandekommen des Kreditvertrages als **Bearbeitungsgebühr** und **0,8%** der Vertragssumme muss als **Kreditgebühr** zur Vertragssumme dazugerechnet werden. Die Rückzahlung soll jeweils **am Monatsende in 36 Monatsraten** erfolgen.

Kann sich Niklas dieses Finanzierungsmodell leisten, wenn er pro Monat noch einen Spielraum von **1100 €** hat? Stellen Sie eine **Zeitgerade** auf! Leiten Sie den **allgemeinen Ansatz** für die Berechnung her und formen Sie diesen Ansatz zu einer „Berechnungsformel“ um! Rechnen Sie auf 2 Dez. genau und formulieren Sie eine **Antwort!** (8 Punkte)

(Lös.: $R = 1085,19 \text{ €}$)

4)A) Michael möchte nach der Matura Profifußballer beim FC Kärnten werden. Zum regelmäßigen Training gehört seit Jahren auch das Elfmeterschießen (Elfmeter = „Elfer“). Michael hat laut eigenen Aussagen eine Treffer(=Tor)quote von **92%**.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Michael bei einer Serie von **10 „Elfern“**

i) **mindestens acht** Treffer,

ii) **höchstens acht** Treffer erzielt? (4 Punkte)

(Lös.: 96 %; 18,8 %)

b) Wie viele „Elfer“ muss Michael schießen, damit er mit **99%iger** Wahrscheinlichkeit mindestens ein Tor erzielt? (Ansatz mittels **Ungleichung!!!**) (2 Punkte) (Lös.: $n = 2$)

c) Im abgelaufenen Meisterschaftsjahr durfte Michael (**92%** Trefferquote) als Kapitän **60%** der „Elfer“, die seiner Mannschaft zugesprochen wurden, schießen. **25%** der Strafstöße absolvierte der Mittelstürmer (**80%** Trefferquote) und den Rest schoss der Tormann (**75%** Trefferquote). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein „Elfer“ in einem Meisterschaftsspiel verwandelt wurde? Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein verschossener „Elfer“ von Michael? Zeichnen Sie ein **Baumdiagramm!** (3 Punkte) (Lös.: 86,45 %; 35,4 %)

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von **1000 Strafstößen**, die Michael pro Jahr im Training absolviert,

i) **mindestens 930**,

ii) **höchstens 935** im Tor landen? Überlegen Sie jeweils den **Ansatz** anhand einer **Skizze!** (4 Punkte) (Lös.: 12,1 %; 96 %)

4)B) Es sei die **Körpergröße** der Schüler der 8. Klassen am BG/BRG/SRG Lerchenfeldstraße normalverteilt mit $\mu = 178 \text{ cm}$ und $\sigma = 5 \text{ cm}$. Welche Körpergröße kann man als „normal“ tolerieren, wenn man die „obersten 5 %“ als „Riesen“, die „untersten 5 %“ als „Zwerge“ bezeichnet? Überlegen Sie den **Ansatz** anhand einer **Skizze!** Runden Sie nach math. Rundungsregeln auf **ganze cm!** (3 Punkte) (Lös.: [170; 186])

4)C) **Mindestens 90 %** aller Schüler der Sportklasse 8S haben einen Cholesterinspiegel **zwischen 154 und 182**. Wie groß ist die **Standardabweichung**, wenn wir annehmen, dass die Cholesterinwerte normalverteilt sind und das gegebene Intervall symmetrisch um μ liegt? Runden Sie **ganzahlig** und machen Sie die **Probe!** (4 Punkte) (Lös.: 8)
