

Schriftliche Reifeprüfung aus MATHEMATIK
Haupttermin 2006/07 8S(RG Sport)

1) Für eine Schar von Funktionen gilt: $x \rightarrow (ax + b) \cdot e^{cx}$ ($a, b, c \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$).

a) **Beweisen** Sie, dass $f(x) = (x + 3) \cdot e^{\frac{-x}{3}}$ eine Termdarstellung jener Funktion ist, die im Punkt $P(0|3)$ eine **waagrechte Tangente** hat und die die **x-Achse** an der Stelle **-3 überquert**!

b) **Diskutieren** Sie die Funktion (D_f , N , E , Art der Extrema, Monotonie, W , Wendetangente t_w , Krümmung, Asymptoten)! !

[Lös. : $D = \mathbb{R}$; $N(-3 | 0)$; $H(0 | 3)$; $W(3 | 2,21)$; $t_w : y = -0,37x + 3,3$; $a : y = 0$;

$(-\infty | 0)$ str.mon.steig.; $(0 | \infty)$ str.mon.fall.; $(-\infty | 3)$ neg.gekr.; $(3 | \infty)$ pos.gekr.]

[Kontrolle für die 1. und 2. Ableitung: $f'(x) = \left(\frac{-x}{3}\right) \cdot e^{\frac{-x}{3}}$; $f''(x) = \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-x}{3} + 1\right) \cdot e^{\frac{-x}{3}}$]

c) Zeichnen Sie den **Funktionsgraf** in **[-4|4]** ! (1E=1cm)

d) **Berechnen** Sie die vom **Funktionsgrafen** und den beiden **Koordinatenachsen** eingeschlossene **Fläche** auf 2 Dez. genau! [Lös.: 6,46 FE]

2)a) Bernhard und Julian feiern die bestandene Matura in einem **Strandhaus H** auf der kleinen **Insel NOMM**(no more mathematics). Das **Strandhaus H** ist **8 km** von einer Küste(**Ort A**) entfernt. Von hier in **40 km** Entfernung an der geradlinigen Küste entlang liegt eine **Bar B**. Im Strandhaus H gibt es keine Getränke mehr. Die beiden Maturanten wollen in kürzester Zeit von **H** nach **B** gelangen, um eine Erfrischung einzunehmen, wobei sie **mit dem Boot 10 km/h** und **mit dem Motorroller 40 km/h** zurücklegen.

Fertigen Sie eine **Skizze** an! Wie lang ist ihr **gesamter Weg**? **Wie lange** brauchen sie(in Stunden)? Sie starten um **20:30 Uhr**, die Bar schließt um **23 Uhr**. Bleiben die beiden durstig? [Lös.: $s=46,19$ km; $t=1,77$ h]

2)b) Julia und Sabrina, zwei Schülerinnen der 8S, wollen ihre mathematischen Leistungen bei der schriftlichen Reifeprüfung durch die Einnahme des Präparates **MGK2007 (MATHEMATIK GLASKLAR)**, ein Medikament zur Steigerung des logischen Denkvermögens, entscheidend verbessern. Am Vorabend wird noch sehr lange gelernt. Sie nehmen daher um **22 Uhr eine Tablette** ein und haben um **3 Uhr morgens** noch **3,2 mg** des Wirkstoffes im Körper, um **5 Uhr** sind es nur mehr **2,4 mg**.

- **Wie viele mg** des Wirkstoffes sind **in einer Tablette**?
- Stellen Sie eine **Zerfallsformel** auf **zwei Arten** auf(mit und ohne Verwendung der Euler'schen Zahl)!
- Geben Sie die **prozentuelle Abnahme** auf **1 Dez.** genau an!
- **Wann** hat der Körper die **Hälfte des Wirkstoffes abgebaut**?
- Um **5 Uhr** nehmen die beiden Schülerinnen **nochmals eine Tablette** ein. Um **8 Uhr** beginnt die Matura. Eine Konzentration des Wirkstoffes **über 6 mg** kann der Mathematiklehrer am verräterischen Leuchten der Augen ablesen. Werden die beiden des **mathematischen Dopings** überführt?

[Lös.: $N(t) = 6,57 \cdot 0,866^t$; $N(t) = 6,57 \cdot e^{-0,14387t}$; 13,4 %; 4,8 h; 5,8 mg]

3)a) Tobias besitzt einen rechteckigen **Billardtisch ABCD** mit den Abmessungen **236 mal 118 cm**. Die **weiße Kugel W** liegt in der **Mitte des Tisches**, eine **rote Kugel R** liegt **40 cm** von **BC** und **30 cm** von **AB** entfernt. Fertigen Sie eine **Skizze** an! Unter welchem **Winkel α** muss die **Kugel W** von der **Bande AB reflektiert** werden, um die **Kugel R** zu treffen? **Wie weit** ist der **Treffpunkt** der Kugel von der **Bande BC entfernt**? [Lös.: $\alpha = 41,23^\circ$; 66,29 cm]

3)b) **Beweisen** Sie mit Hilfe von rechtwinkligen Dreiecken

- den **Sinussatz** $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$,
- den **Kosinussatz** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$,
- die **Trigonometrische Flächenformel**: $A = \frac{bc \sin(\alpha)}{2}$.

Fertigen Sie eine **Skizze** an!

4)A) Florian, das Golfgenie der 8S, möchte nach der Matura eine Laufbahn als Golfprofi einschlagen. Zum regelmäßigen Training gehört seit Jahren auch das Putten. Florian hat laut eigenen Aussagen eine Erfolgsquote von **80 %**.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Florian bei einer Serie von **6 Putts** i) **mindestens fünfmal** erfolgreich ist,
- ii) **höchstens fünf** erfolgreiche Versuche hat? [Lös.: 65,5 %; 73,8 %]
- **Wie oft** muss Florian putten, damit er mit **99%iger** Wahrscheinlichkeit **mindestens einmal** einlocht? (Ansatz mittels **Ungleichung!!!**) [Lös.: 3 mal]
- Im abgelaufenen Schuljahr durfte Florian (**80% Erfolgsquote**) als Kapitän unsere Schulmannschaft anführen. Ina, Schülerin der 7A (**70% Erfolgsquote**), bildete mit Florian ein Team im Doppelbewerb. **Florian** musste im Entscheidungsspiel **60 %** der Putts absolvieren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Stechen um den Sieg erfolgreich geputtet wurde? Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein misslungener Putt von Florian? Zeichnen Sie ein **Baumdiagramm**! [Lös.: 76 %; 50 %]

4)B) In der 8S wurde die **Körpergröße** aller Schülerinnen und Schüler gemessen. Es stellte sich heraus, dass die Größe **normalverteilt** ist, mit dem **Erwartungswert $\mu = 175$ cm** und der **Standardabweichung $\sigma = 7,5$ cm**.

Wie groß ist die **Wahrscheinlichkeit**, dass ein(e) zufällig ausgewählter(e) Schüler(in)

- **kleiner** als **160 cm**
- **größer** als **180 cm**
- **zwischen 170 und 182 cm** groß ist? [Lös.: 2,3 %; 25,1%; 57,2 %]

Wie groß muss ein Schüler oder eine Schülerin der 8S sein, damit er (sie)

- zu den **10% größten** Mitschülern gehört? [Lös.: 185 cm]
- In welchem **symmetrischen Bereich $[\mu - \varepsilon, \mu + \varepsilon]$** liegen die Größen von **95%** aller SchülerInnen? (**Runden** Sie auf **cm!**) [Lös.: 160 cm; 190 cm]

Überlegen Sie den **Ansatz** jeweils anhand einer **Skizze**!

Viel Glück und Erfolg!

0 – 39 Punkte: 5
 40 – 49 Punkte: 4
 50 – 60 Punkte: 3
 61 – 70 Punkte: 2
 71 – 80 Punkte: 1